Урок по теме "Решение показательных уравнений" для 10–11-х классов.

Булавкина Лариса Юрьевна, ГБОУ «Пушкинская школа 1500» г. Москва, учитель математики

**Цели урока:**

* Закрепить методы решения показательных уравнений с использованием свойств показательной функции.
* Развивать навыки сравнительного анализа, логического мышления, умение делать обобщения и выводы.
* Воспитывать сознательное отношение к учению, познавательную активность, культуру умственного труда.

**Ход урока:**

**I. Организационный момент: На доске высказывание:**

*“Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть – и далее подтвердить это, - что следуя этому методу, мы достигнем цели”.* (Г.Лейбниц).

Учитель формулирует тему и цели урока.

**II. Устная работа**(на интерактивной доске).

Вычислите:

а) 

б) 

в) 

г) 

д) 

е) 

ж) 

з) 

и) .

Какие свойства показательной функции применялись?

2) Фронтальный опрос (Вопросы на интерактивной доске).

- Дайте определение показательной функции.

- Сформулируйте основные свойства показательных функций:

а) 

б) у = 

в) у = 

г) у = 

Какие функции являются возрастающими, а какие убывающими?

**III. Проверка домашнего задания.**

Проверить домашнее задание при помощи проектора.

**IV Актуализация знаний.**

Учитель обращает внимание учащихся на то, что показательные уравнения входят в задания ЕГЭ. Поэтому всем необходимо знать основные методы решения показательных уравнений и уметь их применять при решении более сложных уравнений (уровень С), вспомнить основные методы решения показательных уравнений.

**V. Отработка навыков решения уравнений.**

№1. Решите уравнение:

*а) *

*б) *

*в) *

*г) *

Решение:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а)https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3185.gifх – 4= 4х = 8Ответ: 8. | б) https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3186.gif2х = -3х =-1,5.Ответ: -1,5. | в) https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3187.gif2х = https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3189.gifХ = https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3191.gifОтвет: https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3191.gif. | г)https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3188.gifhttps://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3190.gifх1,2https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3192.gifх1=4-https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3193.gif ; х2=4+https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3193.gif.Ответ: 4-https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3193.gif ; 4+https://urok.1sept.ru/articles/634304/Image3193.gif. |

Решение уравнений проверяется у доски.

Работа по учебнику: № 463(а), № 464(а).

№463(а) (Вынесение общего множителя за скобки).

7х+2 + 4х+1=539;

7х+1;

7х+1;

7х+1;

7х+1= 539;

7х+1= 49;

7х+1=72;

Х+1 = 2;

Х = 1.

Ответ: 1.

№464 (а)

9х - 8х - 9 = 0

Сделаем замену у = 3х, тогда 9х = у2, получим квадратное уравнение

У2 – 8у – 9 = 0;

У1,2 = ; у1 =- 1; у2 = 9;

3х = - 1 нет решения, т.к. Е;

= 9;

3х= 32;

Х = 2. Ответ: 2.

**VI. Проверка знаний обучающихся.**

Самостоятельная работа (10 минут).

Раздаются тестовые задания[*(Приложение №1).*](https://urok.1sept.ru/articles/634304/pril1.docx)

Выбираются консультанты для проверки тестовых заданий. [*(Приложение 2).*](https://urok.1sept.ru/articles/634304/pril2.docx)

**VII. Решение заданий ЕГЭ.**

Учитель обращает внимание учащихся на то, что показательные уравнения входят в задания ЕГЭ.

Решить уравнение .

Для решения данного уравнения разложим на простые множители число 504 = 23 327.

;

 ;

Можете ли вы догадаться, какое число является корнем уравнения?

Разделим обе части уравнения на  0,

,

;

;

2х + 5 = 0;

х = -2,5. Ответ: -2,5.

**VIII. Домашнее задание:**

1) Повторить свойства степеней;

2) № 463 (б ),№ 464 (б) (А. Н. Колмогоров “Алгебра и начала анализа” Москва “Просвещение” 2010 г.)

**IX .Подведение итогов.**

**X.** ([*Приложение 3*](https://urok.1sept.ru/articles/634304/pril3.docx)*,*[*Приложение 4*](https://urok.1sept.ru/articles/634304/pril4.docx)использовать на следующем уроке, как индивидуальную работу.)

Использованная литература: А. Н. Колмогоров “Алгебра и начала анализа” Москва “Просвещение”

**Приложение №1.**

**Тестовые задания.**

**Вариант №1.**

1. Выберите показательные функции:

**а)у = х2; б) у = 2х; в) у = (0,5)х; г) у =** $\cos(х)$**.**

2. Какие из заданных функций: 1) возрастают; 2) убывают:

**а) у = 2х; б) у =** $\left(\frac{1}{2}\right)^{х}$**; в) у =** $\left(0,5\right)^{х}$**; г) у = 5х.**

3. Установите соответствие между колонками:

 **3.1 . 2х = 4; а) х = -2;**

 **3.2.** $\left(0,5\right)$**х = 4; б) х = 2.**

 **3.3. 5х = 25; в) х=5;**

 **3.4.** $\left(0,2\right)^{х}$**= 25. г)х= -5.**

4. Заполните пропуски при решении данного уравнения:

 **5**$∙5^{2-4х}=25^{х+3}$

Решение:

 $5^{\cdots }=\cdots ^{2\left(х+3\right)}$**;**

$\cdots ^{3-4х}=5$**2х+6;**

 **3 – 4х =** $\cdots $**;**

$\cdots -2х=6-\cdots $**;**

 **-6х =** $\cdots $**;**

 **Х = 3:** $\cdots $**;**

 **Х =** $\cdots $ Ответ: **- 0,5.**

5. Решите самостоятельно уравнение:

 **2х+1 +3**$∙2^{х-1}-5∙2^{х}+6=0$**.**

**Вариант №2.**

 1. Выберите показательные функции:

**а) у = х3; б) у = 5х; в) у = (0,2)х; г) у =** $\cos(х)$**.**

 2. Какие из заданных функций: 1) возрастают; 2) убывают:

**а) у = 8х; б) у =** $\left(\frac{1}{2}\right)^{х}$**; в) у =** $\left(0,5\right)^{х}$**; г) у = 3х.**

 3. Установите соответствие между колонками:

 **3.1 . 3х = 9; а) х = -2;**

 **3.2.** $\left(\frac{1}{3}\right)$**х = 9; б) х = 2;**

 **3.3.** $\left(\frac{1}{5}\right)$**х = 25; в) х=5;**

 **3.4.** $\left(5\right)^{х}$**= 25. г) х= -5.**

 4. Заполните пропуски при решении данного уравнения:

$2^{1-х}$**=**$ 4^{х-1}∙0,5$**.**

 Решение:

$2^{1-х}=2^{\cdots }^{\left(х-1\right)}∙2^{\cdots }$**;**

$2^{1-х}=\cdots ^{2х-3}$**;**

$\cdots $ **=** $\cdots $**;**

 **-3х =** $\cdots $**;**

 **Х =** $\cdots $Ответ: $\frac{4}{3}$**.**

 5. Решите самостоятельно уравнение:

 **16х**$+3∙4^{х}-4$**.**

**Вариант №3.**

 1. Выберите показательные функции:

**а)у = х2; б) у = 6х; в) у = (0,2)х; г) у =**$\sin(х)$**.**

 2. Какие из заданных функций: 1) возрастают; 2) убывают:

**а) у = 8х; б) у =** $\left(\frac{1}{2}\right)^{х}$**; в) у =** $\left(0,5\right)^{х}$**; г) у = 3х.**

 3. Установите соответствие между колонками:

 **3.1 .** $7^{х}=49$**; а) х = -2;**

 **3.2 .** $\left(\frac{1}{2}\right)^{х}=8$**; б) х = 2;**

 **3.3.** $\left(\frac{1}{5}\right)$**х = 25; в) х= 4;**

 **3.4.** $\sqrt{2}^{х}=4$**. г) х = - 3.**

 4. Заполните пропуски при решении данного уравнения:

 **5**$∙5^{3-2х}=25^{4-3х}$**.**

 Решение:

$5^{\cdots }=\cdots ^{2\left(4-3х\right)}$**;**

$\cdots ^{4-2х}=5$**8-6х;**

 **4 – 2х =** $\cdots $

$\cdots +6х=8-\cdots $**;**

 **4х =** $\cdots $**;**

 **Х = 4 :** $\cdots $**;**

 **Х =** $\cdots $ **.** Ответ:  **1.**

 5. Решите самостоятельно уравнение:

$36^{х}-4∙6^{х}-12=0$**.**

 **Вариант №4**.

 1. Выберите показательные функции:

**а)у =** $π^{х}$**; б) у =** $\sqrt{х}$ **; в) у = (0,2)х; г) у =** $\cos(х)$**.**

 2. Какие из заданных функций: 2.1 возрастают; 2.2 убывают;

**а) у =** $\left(3,5\right)^{х}$**; б) у =**$\left(\frac{1}{4}\right)^{х}$**; в) у =**$\left(\frac{2}{3}\right)^{х}$**; г) у =** $π $**х.**

 3. Установите соответствие между колонками :

 **3.1** $. 4^{х}=64$**; а) х = 0;**

 **3.2.**$\left(1,2\right)^{х}=1;$ **б) х = 3;**

 **3.3.** $5^{х}=\sqrt{5}$**; в) х =** $\frac{1}{4} $**;**

 **3.4.** $625^{х}=$**5. г) х =** $\frac{1}{2}$ **.**

 4. Заполните пропуски при решении данного уравнения:

$\left(6,01\right)^{х^{2}+2х}=1$**.**

 Решение:

$\left(6,01\right)^{х^{2}+2х}=\left(6,01\right)^{\cdots }$**;**

$\cdots =0$**;**

$\cdots ∙\left(х+\cdots \right)$**=0;**

 **Х = 0 или** $\cdots =0$ **;**

 **Х = - 2;**

5. Решите самостоятельно уравнение:

$3^{2х}-3^{х}-702=0$**.**

**Приложение №2.**

 **Эталон ответов на тесты:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Вариант№1 | Вариант№2 | Вариант№3 | Вариант№4 |
| **№1** | **б, в** | **б, в** | **б , в** | **а, в**  |
| **№2** | **2.1. – а, г****2.2. – б, в** | **2.1. – а, г****2.2. – б, в** | **2.1. – а, г****2.2. – б, в** | **2.1. – а, г****2.2. – б, в** |
| **№3** | **3.1. – б****3.2. – а****3.3. – б****3.4. - а** | **3.1. – б****3.2. – а****3.3. – а****3.4. - б** | **3.1. – б****3.2. – г****3.3. – а****3.4. - в** | **3.1. – б****3.2. – а****3.3. – г****3.4. - в** |
| **№4** | $$5^{3-4х}=5^{2\left(х+3\right)};$$$5^{3-4х}=5^{2х+6}$**;** **3-4х = 2х+6;****-6х = 3;****Х = - 0,5.****Ответ: - 0,5.** | $$2^{1-х}=2^{2\left(х-1\right)}∙2^{-1}$$$$2^{1-х}=2^{2х-3}$$**1 – х =2х – 3;****- 3х = - 4;****Х =** $\frac{4}{3}$**.****Ответ:** $\frac{4}{3}$**.** | $$5^{4-2х}=5^{2\left(4-3х\right)}$$**4 – 2х = 8 – 6х;****- 2х+6х = 8 – 4;****4х = 4;****Х = 1.****Ответ: 1.** | $$6,01^{x^{2}+2х}=6,01^{0}$$$x^{2}+2х=0$**;**$х\left(х+2\right)=0$**;****х = 0 или х + 2 = 0;** **х = - 2.****Ответ: 0** |
| **№5** | $$2^{х-1}∙\left(2^{2}+3-5∙2\right)=-6;$$$2^{х-1}∙\left(-3\right)=-6$**;** $ 2^{х-1}=2;$ **Х – 1 = 1;** **Х = 2.** **Ответ: 2.** | $16^{х}$**+ 4**$∙4^{х}-4=0$**;****Пусть** $4^{х}=у, тогда 16^{х}=у^{2}$$у^{2}+3у-4=0$**;****У1=-4; у2= 1(по т. Виета)**$4^{х}=1$**,** $4^{х}\ne -4 $**Х = 0.****Ответ: 0.** | $$36^{х}-4∙6^{х}-12=0$$**Пусть**$$6^{х}=у, тогда 36^{х}=у^{2}$$$$у\^2-4у-12=0;$$**У1**$=\frac{4+\sqrt{16+48}}{2}$**= 6;****У2 =**$\frac{4-\sqrt{16+48}}{2}$ **= - 2;**$6^{х}=6$**, х = 1;**$6^{х}\ne -2$**,** **Ответ: 1.** | $3^{2х}-3^{х}-702$**=0****Пусть**$3^{х}=у,$**тогда** $3^{2х}$**=у2**$у^{2}-у-702=0$**;****У1=**$\frac{1+\sqrt{1+2808}}{2}$ **=27;****У2=**$\frac{1-\sqrt{1+2808}}{2}$**=-26;**$3^{х}=27$**, х =3;**$$3^{х}\ne -26$$**Ответ: 3.** |

 Критерии оценок:

Оценка «3» ставится за правильные сделанные три задания.

Оценка «4» ставится за четыре сделанных правильных задания.

Оценка «5» ставится за пять сделанных правильных задания.

**Приложение №3.**

Карточка№1.

 **1)Перечислите свойства функции у**$=3^{х}$ **и постройте ее график.**

 **2)Вычислите** $\left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$.

$Карточка №2$.

 1) **Перечислите свойства функции y**$=\left(\frac{1}{3}\right)^{х}$ **и постройте ее график.**

 2**) Вычислите:**  $3^{1-2\sqrt{3}}∙9^{1+\sqrt{3}}$.

Карточка №3.

1) **Перечислите свойства функции**$ y=4^{х}$ **и постройте ее график.**

2)**Вычислите:** $8^{\sqrt{2}}∙2^{3\sqrt{2}}$.

Карточка№4.

 **1) Перечислите свойства функции у**$=\left(\frac{1}{4}\right)^{х}$ **и постройте ее график.**

 **2)Вычислите** $\left(3^{\sqrt[5]{8}}\right)^{\sqrt[5]{4}}$.

**Приложение №4** (решение приложения 3).

№1.

1).у =$3^{х}$

1$°.D\left(x\right)=R$;

2$°.E\left(x\right)=\left(0;\infty \right)$;

3$°.a=3, 3^{x}$- возрастает;

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $$3^{х}$$ | $$\frac{1}{9}$$ | $$\frac{1}{3}$$ | 1 | 3 | 9 |

 2).$\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}=\left(\sqrt{2}\right)^{2}=2$.

 №2.

1). $у=\left(\frac{1}{3}\right)^{х}$.

1$°.D\left(x\right)=R;$

2$°.E\left(x\right)=\left(0;\infty \right)$;

3$°.a=\frac{1}{3}, \left(\frac{1}{3}\right)^{x}-$убывает;

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -2 | *-1* | 0 | *1* | *2* |
| $$\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$$ | 9 | 3 | 1 | $$\frac{1}{3}$$ | $$\frac{1}{9}$$ |

 2)/$3^{1-2\sqrt{3}}∙3^{2+2\sqrt{3}}=3^{1-2\sqrt{3}+2+2\sqrt{3}}=3^{3}=27$.

№3

1)у $=4^{х}$

1$°.D\left(4^{x}\right)=R;$

2$°.E\left(4^{x}\right)=\left(0;\infty \right)$

3$° a=4, 4^{x }–$возрастает;

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $$4^{х}$$ | $$\frac{1}{16}$$ | $$\frac{1}{4}$$ | 1 | 4 | 16 |

2).$8^{\sqrt{2}}÷2^{3\sqrt{2}}=2^{3\sqrt{2}}÷2^{3\sqrt{2}}=1.$

№4.

1. у$=\left(\frac{1}{4}\right)^{х}$

1$°.D\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{x}\right)=R;$

2$°.E\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{х}\right)=\left(0;\infty \right)$

3$° a=\frac{1}{4}, \left(\frac{1}{4}\right)^{x }–$убывает;

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $$\left(\frac{1}{4}\right)^{х}$$ | 16 | 4 | 1 | $$\frac{1}{4}$$ | $$\frac{1}{16}$$ |

 2). $\left(3^{\sqrt[5]{8}}\right)^{\sqrt[5]{4}}=3^{\sqrt[5]{8∙4}}=3^{2}=32$